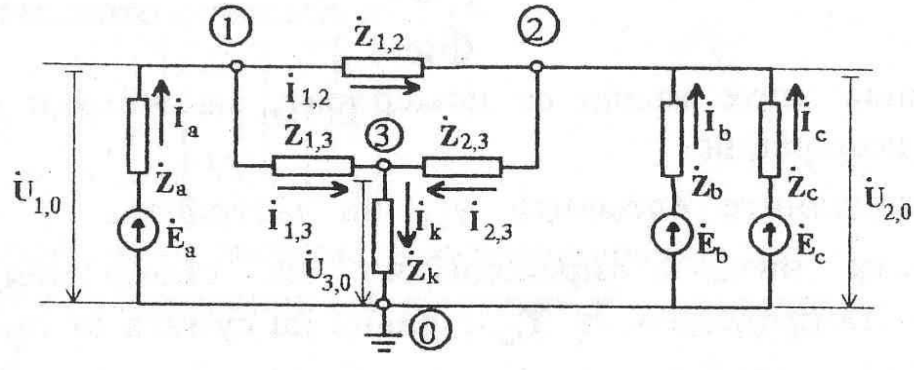
УПРАЖНЕНИЕ № 1

I. Тема: „Изчисляване на стационарни (установени) синусоидални режими в линейни вериги по метода на възловите потенциали.“

II. Задача: Като се използва метода на възловите потенциали да се изчислят комплексните образи на ефективните стойности на токовете $\dot{I}_a$, $\dot{I}_b$, $\dot{I}_c$, $\dot{I}_{1,2}$, $\dot{I}_{1,3}$, $\dot{I}_{2,3}$ и на напреженията $\dot{U}_{1,0}$, $\dot{U}_{2,0}$, $\dot{U}_{3,0}$ в линейната електрическа верига от фиг.1.1. Получените стойности за токовете и напреженията да се представят в експоненциалната форма на записване на комплексните числа и се приведат в относителни единици.

Стойностите на съпротивленията, на електродвижещите напрежения и на базисните величини са дадени в индивидуалните задания, които се възлагат на студентите в часовете за семинарни упражнения.



Фиг.1.1

III. Методични указания

Решението преминава през следните етапи:

III.1. Съставяне на математичното описание на състоянието на веригата.

Математичното описание, съставено по метода на възловите потенциали, е алгебрична система уравнения със следната матрична форма:

(1.1) $\dot{Y} \cdot \dot{V} = \dot{J}$

където:

$\dot{Y} = \left\| \dot{y}_{i,j} \right\|_{nxn}$ е квадратна матрица на възловите проводимости с размерност, равна на броя на независимите възли n;

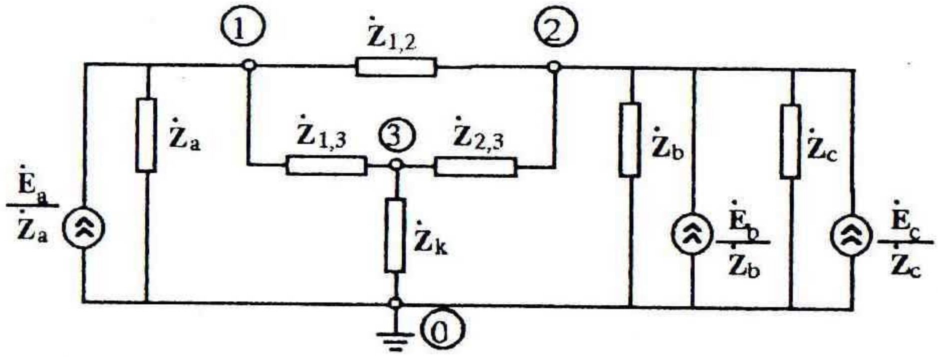
$\dot{\mathbf{V}} = \left\| \dot{V}_i \right\|_n$ - вектор на неизвестните потенциали на независимите възли;

$\dot{\mathbf{J}} = \left\| \dot{J}_i \right\|_n$ - вектор на задаващите токове в независимите възли;

В конкретната задача се търсят напреженията спрямо възела 0. Затова е уместно възел 0 да се избере за нулев (базисен) възел.

За да се улесни съставянето на $\dot{\mathbf{Y}}$ и $\dot{\mathbf{J}}$ е уместно клоновете с е.д.н., (които формално могат да се разглеждат като източници на напрежение), да се преобразуват в източници на ток.

За разглежданата задача това е показано на фиг.1.2.



Фиг.1.2

Независимите възли се номерират, започвайки с индекс 1 в поредна номерация.

Диагоналните елементи $\dot{y}_{i,i}$ на матрицата $\dot{\mathbf{Y}}$ са равни на собствената възлова проводимост на съответния възел i. Собствената проводимост $\dot{Y}_{i,i}$ е равна на сумата от проводимостите на клоновете, свързани към възел i. Например за разглежданата задача диагоналният елемент ще се изчисли чрез израза:

$$\dot{y}_{2,2} = \dot{Y}_{2,2} = \frac{1}{\dot{Z}_{2,3}} + \frac{1}{\dot{Z}_{1,2}} + \frac{1}{\dot{Z}_b} + \frac{1}{\dot{Z}_c}$$

Недиагоналните елементи $\dot{y}_{i,j}$ на матрицата $\dot{\mathbf{Y}}$ са равни на проводимостите на клоновете, свързани към възли i и j, взети с ***обратен знак***.

Например за разглежданата задача:

$$\dot{y}_{1,2} = -\dot{Y}_{1,2} = -\frac{1}{\dot{Z}_{1,2}}$$

Ако между два възела има паралелни клонове, то взаимната им проводимост се изчислява като сума от проводимостите на паралелните клонове и в $\dot{\mathbf{Y}}$ се отразяват като един клон.

Ако два възела не са свързани пряко с клон, тяхната взаимна проводимост е нула, въпреки, че те имат галванична връзка, но през други възли.

В линейните електрически вериги с независими изтичници на е.д.н. (каквато верига се разглежда тук), матрицата $\dot{\mathbf{Y}}$ е симетрична, т.е.:

$$\dot{y}_{i,j} = \dot{y}_{j,i}$$

Елементите $\dot{J}_i$ на вектора $\dot{\mathbf{J}}$ са равни на сумата от движещите токове на източниците на ток, свързани към съответния възел i. В сумата със знак плюс $(+)$ са движещите токове, влизащи във възела, а излизащите - с минус. Например за разглежданата задача:

$$\dot{J}_2 = \dot{J}_b + \dot{J}_c$$

Очевидно е, че ако към даден възел няма свързан източник на ток, то съответният му елемент към вектора $\dot{\mathbf{J}}$ ще бъде равен на нула. В разглежданата задача такъв е възел 3. Следователно $\dot{J}_3 = 0$.

За разглежданата задача разгънатата форма на матричния запис на математическото описание е:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_{1,1} & \dot{y}_{1,2} & \dot{y}_{1,3} \\ \dot{y}_{2,1} & \dot{y}_{2,2} & \dot{y}_{2,3} \\ \dot{y}_{3,1} & \dot{y}_{3,2} & \dot{y}_{3,3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_1 \\ \dot{J}_2 \\ \dot{J}_3 \end{bmatrix}$$

III.2. Решаване на системата възлови уравнения

В резултат се определят неизвестните потенциали, т.е.

$$\dot{\mathbf{V}} = \dot{\mathbf{Y}}^{-1} \cdot \dot{\mathbf{J}}$$

(Решението може да се направи и чрез прилагане на други методи. Например уместен е методът на Гаус, основаващ се на последователното изключване на неизвестните);

III.3. Изчисляване на напреженията

Търсените потенциали са потенциални разлики спрямо базисния възел, но тъй като в разглежданата задача потенциалът на базисния възел е нула, т.е. $\dot{V}_0=0$, то следва, че търсените напрежения са равни на потенциалите на независимите възли, а именно:

$$\dot{U}_{i,0} = \dot{V}_i - \dot{V}_0 = \dot{V}_i$$

Резултатите се представят в експоненциална форма на запис на комплексните числа, т.е.:

$$\dot{U}_{i,0} = U_{i,0} . e^{j\theta} = U_{i,0} \underline{|\theta}$$

където $U_{i,0} = \mathrm{mod}(\dot{U}_{i,0})$; $\theta = \arg(\dot{U}_{i,0})$

Забележка: В някои задачи, решавани в курса по електрически мрежи, се въвежда базисен възел с потенциал, различен от нула.

III.4. Изчисляване на токовете в клоновете

Изчислението се извършва чрез обобщения закон на Ом.

Например за разглежданата задача:

$$\dot{I}_b = \frac{\dot{E}_b + \dot{U}_{0,2}}{\dot{Z}_b} = \frac{\dot{E}_b + \dot{V}_0 - \dot{V}_2}{\dot{Z}_b} = \frac{\dot{E} - \dot{V}_2}{\dot{Z}_b},$$

или

$$\dot{I}_{1,2} = \frac{\dot{U}_{1,2}}{\dot{Z}_{1,2}} = \frac{\dot{V}_1 - \dot{V}_2}{\dot{Z}_{1,2}}$$

Резултатите се представят в експоненциална форма на запис на комплексните числа, т.е.

$$\dot{I}_{1,2} = I_{1,2} . e^{j\alpha} = I_{1,2} \underline{|\alpha}$$

където $I_{1,2} = \mathrm{mod}(\dot{I}_{1,2})$; $\alpha = \arg(\dot{I}_{1,2})$

III.5. Привеждане на резултата в относителни единици

Привеждането се извършва, като стойността на съответната физична величина, измерена в именувани единици, се раздели на стойността на едноименната ѝ базисна величина, измерена в ***същата димензия***, т.е.:

$$\dot{I}_{*(б)} = \frac{\dot{I}}{I_б} = \frac{\mathrm{Re}(\dot{I})}{I_б} + j\frac{\mathrm{Im}(\dot{I})}{I_б} = \frac{I}{I_б}\underline{|\alpha}, \text{ о.е.};$$

$$\dot{U}_{*(б)} = \frac{\dot{U}}{U_б} = \frac{\mathrm{Re}(\dot{U})}{U_б} + j\frac{\mathrm{Im}(\dot{U})}{U_б} = \frac{U}{U_б}\underline{|\theta}, \text{ о.е.};$$

$$\frac{[I]}{[I_б]} = \frac{A}{A} = \text{о.е.}; \quad \frac{[U]}{[U_б]} = \frac{V}{V} = \text{о.е.}$$

Таблица 1.1

№	$\dot{E}_a$	$\dot{E}_b$	$\dot{E}_c$	$\dot{Z}_a$	$\dot{Z}_b$	$\dot{Z}_c$	$\dot{Z}_k$	$\dot{Z}_{1,3}$	$\dot{Z}_{1,2}$	$\dot{Z}_{2,3}$	$U_б$	$I_б$
	kV	kV	kV	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	Ω	V	A
1	$10\angle 0^\circ$	10+j0	0+j10	$2\angle 90^\circ$	0+j3	0+j5	0	0+j0	$10\angle 90^\circ$	0+j10	100	400
2	10+j0	10+j0	0+j10	0+j2	$3\angle 90^\circ$	0+j5	0	$1\angle 90^\circ$	0+j10	$9\angle 90^\circ$	100	1000
3	10+j0	10+j0	0+j10	0+j2	$3\angle 90^\circ$	$5\angle 90^\circ$	0	0+j2	0+j10	0+j8	1000	1000
4	10+j0	10+j0	$10\angle 90^\circ$	0+j2	$3\angle 90^\circ$	0+j5	0	$3\angle 90^\circ$	$10\angle 90^\circ$	$7\angle 90^\circ$	10	10
5	$10\angle 0^\circ$	10+j0	$10\angle 90^\circ$	0+j2	0+j3	0+j5	0	0+j4	0+j10	0+j6	20	200
6	$10\angle 0^\circ$	10+j0	$10\angle 90^\circ$	0+j2	0+j3	0+j5	0	$5\angle 90^\circ$	0+j10	0+j5	100	100
7	$10\angle 0^\circ$	10+j0	0+j10	0+j2	0+j3	0+j5	0	0+j6	$10\angle 90^\circ$	$4\angle 90^\circ$	1000	1000
8	$10\angle 0^\circ$	10+j0	0+j10	0+j2	0+j3	0+j5	0	0+j7	0+j10	$3\angle 90^\circ$	100	1000
9	10+j0	10+j0	0+j10	$2\angle 90^\circ$	0+j3	0+j5	0	$8\angle 90^\circ$	$10\angle 90^\circ$	0+j2	1000	10
10	10+j0	10+j0	0+j10	$2\angle 90^\circ$	0+j3	0+j5	0	0+j9	0+j10	0+j1	1000	100
11	10+j0	10+j0	0+j10	$2\angle 90^\circ$	0+j3	0+j5	0	0+j10	$10\angle 90^\circ$	0+j0	1000	1000
12	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	$5\angle 0^\circ$	2+j0	3+j0	1+j0	0	20+j0	10+j0	100	100
13	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	$5\angle 0^\circ$	2+j0	3+j0	$1\angle 0^\circ$	1	$20\angle 0^\circ$	9	1000	100
14	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	5+j0	2+j0	3+j0	1+j0	2	20	8	10	1000
15	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	$10\angle 90^\circ$	5+j0	$2\angle 0^\circ$	3+j0	1+j0	3	20	7	100	1000
16	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	$10\angle 90^\circ$	5+j0	$2\angle 0^\circ$	3+j0	1	4+j0	20	6	1000	10
17	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	5+j0	$2\angle 0^\circ$	3+j0	1	5	20+j0	5+j0	10	10
18	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	$5\angle 0^\circ$	$2\angle 0^\circ$	3+j0	1	6	20	4	10	100
19	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	0+j10	$5\angle 0^\circ$	2+j0	3+j0	1+j0	7	20	3	100	1000
20	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	$10\angle 90^\circ$	5+j0	2+j0	3+j0	1	8	20	2	1000	10
21	$10\angle 30^\circ$	$10\angle 40^\circ$	$10\angle 90^\circ$	5+j0	2+j0	3+j0	1	9	20	1	1000	10
22	$20\angle 90^\circ$	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	0+j6	0	0	0+j15	0+j10	100	100
23	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	0+j6	0	0+j1	$15\angle 90^\circ$	0+j9	1000	10
24	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	$2\angle 90^\circ$	$4\angle 90^\circ$	$6\angle 90^\circ$	0	0+j2	0+j15	0+j8	10	1000
25	$20\angle 90^\circ$	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	$2\angle 90^\circ$	$4\angle 90^\circ$	0+j6	0	0+j3	0+j15	0+j7	10	100
26	$20\angle 90^\circ$	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	$2\angle 90^\circ$	$4\angle 90^\circ$	0+j6	0	0+j4	0+j15	0+j6	100	100
27	$20\angle 90^\circ$	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	$2\angle 90^\circ$	$4\angle 90^\circ$	0+j6	0	0+j5	$15\angle 90^\circ$	0+j5	1000	100
28	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	$4\angle 90^\circ$	0+j6	0	0+j6	$15\angle 90^\circ$	0+j4	200	200
29	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	$6\angle 90^\circ$	0	0+j7	$15\angle 90^\circ$	0+j3	1000	1000
30	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	$6\angle 90^\circ$	0	0+j8	$15\angle 90^\circ$	0+j2	10	100
31	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	$6\angle 90^\circ$	0	0+j9	0+j15	0+j1	100	10
32	0+j20	$20\angle 30^\circ$	$25\angle 35^\circ$	0+j2	0+j4	$6\angle 90^\circ$	0	0+j10	0+j15	0+j0	10	1000
33	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	1	20	9	10	100
34	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	2	20	8	100	100
35	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	3	20	7	10	10
36	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	4	20	6	1000	10
37	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	5	20	5	100	100
38	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	6	20	4	100	1000
39	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	7	20	3	100	100
40	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	8	20	2	1000	1000
41	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	9	20	1	10	10
42	$20\angle 150^\circ$	$20\angle 120^\circ$	$25\angle 120^\circ$	4+j0	5+j0	6+j0	0,5	10	20	0	200	400